METODE MONTE CARLO UNTUK MENENTUKAN HARGA OPSI *BARRIER* DENGAN SUKU BUNGA TAKKONSTAN

I. KAMILA[1], E. H. NUGRAHANI[2], D. C. LESMANA[2]

Abstrak

Asumsi suku bunga konstan pada penentuan harga opsi *barrier* tidak sesuai dengan kondisi sebenarnya dalam dunia keuangan, karena suku bunga berfluktuasi terhadap waktu. Modifikasi metode Monte Carlo adalah metode yang dibuat untuk menghitung harga opsi *barrier* dengan suku bunga takkonstan. Ide dasar dari metode ini adalah menggunakan model Cox-Ingersoll-Ross sebagai model suku bunga dan menggunakan bilangan acak berdistribusi seragam dan sebuah *exit probability* untuk menampilkan estimasi Monte Carlo dari waktu pertama kali harga saham menyentuh level *barrier*.

Kata kunci: Monte Carlo, opsi *barrier*, suku bunga takkonstan, *exit probability*

1 PENDAHULUAN

Banyak orang yang menggunakan uangnya untuk berinvestasi pada berbagai produk investasi. Investasi adalah komitmen saat ini atas uang atau kekayaan lain dengan harapan akan menuai keuntungan di masa depan [1]. Bentuk investasi terdiri atas dua bentuk, yaitu investasi dalam bentuk aset riil dan aset keuangan. Contoh aset keuangan adalah produk derivatif. Produk derivatif merupakan suatu produk yang nilainya diturunkan dari nilai aset yang mendasarinya (*underlying asset*). Contoh produk derivatif yang biasa dikenal adalah *forward*, *future*, opsi, dan *swap*. Dalam tulisan ini, akan dibahas mengenai opsi.

Opsi adalah kontrak yang memberikan hak kepada pemegangnya untuk membeli atau menjual sebuah *underlying asset* dengan harga tertentu (dinamakan harga *strike* dan dinotasikan dengan K) pada waktu tertentu di masa depan (waktu jatuh tempo dan dinotasikan dengan T). Pemegang opsi membayar biaya kesepakatan (premi) di awal kontrak opsi. Keuntungan di waktu T sama dengan *payoff* opsi dikurangi premi. Penjual opsi menyimpan premi tersebut terlepas dari ya atau tidaknya opsi tersebut akhirnya dieksekusi. Premi dibayar oleh pembeli

[1] Mahasiswa S2 Program Studi Matematika Terapan, Sekolah Pascasarjana IPB, Jalan Meranti Kampus IPB Dramaga Bogor, 16680. Email: mila.istikamila@gmail.com

[2] Departemen Matematika, Fakultas Ilmu Matematika dan Pengetahuan Alam, Jalan Meranti Kampus IPB Dramaga Bogor, 16680.

kepada penjual untuk menikmati pilihan yang diberikan kepada pemegang opsi. Penjual tidak memiliki pilihan selain harus menjual atau membeli *underlying asset* jika pembeli ingin mengeksekusinya [10].

Opsi terdiri atas dua jenis, yaitu opsi *call* dan opsi *put*. Opsi *call* adalah kontrak yang memberikan hak pada pemegang opsi, tetapi bukan kewajiban, untuk membeli *underlying asset* dengan harga yang telah disepakati sebelum atau pada waktu jatuh tempo. Opsi *put* adalah kontrak yang memberikan hak pada pemegang opsi, tetapi bukan kewajiban, untuk menjual *underlying asset* dengan harga yang telah disepakati sebelum atau pada waktu jatuh tempo [11].

Opsi secara resmi diperdagangkan pertama kali di pasar modal pada Oktober 1973 di *Chicago Board of Option Exchange* (CBOE). Beberapa jenis opsi yang diperdagangkan di pasar modal adalah opsi vanila dan opsi eksotik. Opsi Eropa atau Amerika pada *underlying asset* yang tunggal dinamakan opsi vanilla. Penamaan ini dikarenakan penghitungan *payoff* dari opsi Eropa dan Amerika yang sederhana. Sedangkan, Opsi eksotik dirancang dengan memperkenalkan tingkat tertentu dari lintasan ketergantungan (*path dependency*) dari harga *underlying asset*. Idenya tidak sama dengan opsi vanilla. *Payoff* opsi eksotik tidak hanya bergantung pada harga *underlying asset* pada saat jatuh tempo, tetapi bergantung pada seluruh lintasan harga *underlying asset* tersebut [2]. Salah satu opsi eksotik yang sangat populer adalah opsi *barrier*.

Opsi *barrier* memiliki *payoff* yang bergantung pada perjalanan harga aset S hingga waktu jatuh tempo dengan memperhatikan apakah suatu level harga tertentu yang telah disepakati sebagai batas (*barrier*) penentuan aktif atau tidaknya opsi ini, telah disentuh. Jenis-jenis opsi *barrier* adalah *up-and-out call*, *up-and-in call*, *down-and-out put*, *down-and-in put*, *up-and-out put*, *up-and-in put*, *down-and-in call* dan *down-and-out call*. Jenis opsi yang akan dibahas dalam tulisan ini adalah opsi *barrier up-and-out call*, *down-and-out call* dan *up-and-in call* dengan aset yang mendasarinya adalah saham. Investor membeli atau menjual opsi jenis ini karena *barrier* pada opsi ini berfungsi sebagai pengendali keuntungan dan kerugian bagi kedua belah pihak pelaku opsi. Hal ini mengakibatkan penting untuk menemukan suatu metode yang efisien untuk menghitung harga opsi *barrier*.

Penghitungan harga opsi *barrier* bisa dilakukan dengan dua cara utama, yaitu menyelesaikan persamaan diferensial parsial (PDP) Black-Scholes dan menghitung nilai harapan dari *payoff* terdiskon [7]. Pada tulisan ini, penghitungan harga opsi *barrier* dilakukan dengan cara menghitung nilai harapan dari *payoff* terdiskon. Untuk mengaproksimasi nilai harapan *payoff* terdiskon, metode yang dapat digunakan adalah metode binomial Lattice dan metode Monte Carlo. Pada tulisan ini, digunakan metode Monte Carlo untuk menghitung harga opsi *barrier*. Penghitungan harga opsi *barrier* telah diteliti oleh Moon [7] dan Noury dan Abbasi [8] dengan menggunakan metode modifikasi Monte Carlo. Pada modifikasi Monte Carlo tersebut, diberi *exit probability* dan peubah acak seragam untuk mengaproksimasi waktu pertama kali harga *underlying asset* menyentuh *barrier*. Solusi numerik yang dihasilkan dari penelitian mereka mendekati nilai eksak dan memperkecil *error* waktu pertama kali harga aset S menyentuh *barrier*. Kelemahan penelitian ini adalah menggunakan asumsi suku bunga konstan. Suku bunga yang berfluktuasi yang terjadi di kehidupan nyata menyebabkan asumsi tersebut tidak sesuai dengan praktik nyata, sehingga tulisan ini mengubah asumsi tersebut menjadi suku bunga takkonstan.

Model-model diferensial stokastik yang dapat menggambarkan perubahan tingkat suku bunga telah diajukan oleh beberapa peneliti keuangan. Dua di antaranya adalah model Vasicek dan Cox-Ingersoll-Ross (CIR). Model Vasicek memiliki kelemahan yaitu dapat menghasilkan nilai suku bunga negatif sehingga dipilih model suku bunga CIR yang memberikan tingkat suku bunga yang positif dan memiliki sifat *mean reversion* atau memunyai kecenderungan kembali menuju rata-rata. Penggunaan model CIR sebagai model tingkat suku bunga mengakibatkan penentuan harga opsinya tidak dapat ditentukan secara analitik, sehingga solusinya ditentukan secara numerik. Adapun metode numerik yang digunakan adalah modifikasi Monte Carlo dengan mengadopsi algoritma yang digunakan oleh Moon [7] dan mengubah suku bunga konstan menjadi suku bunga takkonstan.

Penentuan harga opsi *barrier* memerlukan nilai parameter dari model suku bunga CIR. Pada penelitian Mariana *et al.* [6], nilai parameter diestimasi menggunakan metode *ordinary least square*. Hasil estimasi yang diperoleh baik. Hal ini dikarenakan nilainya mendekati nilai suku bunga yang sebenarnya. Oleh karena itu, pada tulisan ini akan digunakan metode *ordinary least square* dalam menentukan nilai parameter dari model suku bunga CIR.

Berdasarkan uraian sebelumnya, maka yang ingin dikaji pada tulisan ini adalah penentuan harga opsi *barrier* dengan suku bunga takkonstan. Model suku bunga takkonstan menggunakan model Cox-Ingersoll-Ross (CIR) dan estimasi parameter model suku bunga CIR menggunakan metode *ordinary least square*. Hasil estimasi parameter model suku bunga CIR akan digunakan untuk menghitung suku bunga pada setiap titik waktu. Suku bunga yang diperoleh akan digunakan untuk menghitung harga opsi *barrier* dengan menggunakan metode Monte Carlo.

2 Tinjauan Pustaka

Opsi *Barrier*

Opsi *barrier* adalah kelas opsi eksotik dan dianggap salah satu jenis yang paling sederhana dari opsi *path dependent* karena *payoff*-nya bergantung pada lintasan yang diambil oleh harga aset S hingga waktu jatuh tempo dan faktor yang dipertimbangkan hanyalah apakah *barrier* B telah disentuh [12].

Ringkasan definisi beberapa opsi *barrier* yang dikemukakan oleh Hull [4] adalah sebagai berikut

a. Opsi *barrier down-and-out call* adalah satu tipe opsi dari opsi *knock-out* yang merupakan opsi *call* biasa yang berhenti aktif jika harga aset mencapai suatu level *barrier* tertentu. Level *barrier* di bawah harga aset awal.

b. Opsi *up-and-out call* adalah opsi *call* biasa yang berhenti aktif jika harga aset mencapai suatu level *barrier* yang lebih tinggi dibandingkan harga aset saat ini.
c. Opsi *up-and-in call* adalah opsi *call* biasa yang menjadi aktif hanya jika *barrier* yang lebih tinggi dibandingkan harga aset saat ini, dicapai.

Model Cox-Ingersoll-Ross

Model tingkat suku bunga CIR merupakan model *equilibrium* yang diperkenalkan pada tahun 1985. Model CIR menjamin tingkat suku bunga bernilai positif dan memiliki sifat *mean reversion* atau memunyai kecenderungan kembali menuju rata-rata. Persamaan model Cox-Ingersoll-Ross [3] adalah

$$dr(t) = \kappa\left(\theta - r(t)\right)dt + \sigma_r\sqrt{r(t)}dz$$

dengan $\kappa, \theta > 0$, σ_r adalah volatilitas suku bunga, θ adalah rata-rata nilai suku bunga jangka panjang, dan κ menunjukkan kecepatan dari nilai suku bunga menuju rata-rata nilai suku bunga jangka panjang.

Metode *Ordinary Least Square*

Objek penelitian yang sering diteliti adalah spesifikasi dari sebuah hubungan fungsional antara dua variabel, seperti $y = f(x)$. Variabel y dinamakan variabel bebas dan x adalah variabel terikat. Kita tidak bisa berharap penjelasan yang sempurna dan oleh karena itu, kita tulis $y = f(x) + u$, dengan u adalah variabel acak yang dinamakan *error*. Persamaan tersebut dinamakan persamaan regresi dari y terhadap x. *Error* muncul dari *error* pengukuran y atau ketidaksempurnaan dalam spesifikasi dari fungsi $f(x)$. Sebagai contoh, ada banyak variabel lain selain x yang memengaruhi y, tetapi kita abaikan variabel-variabel tersebut [5].

Karena u adalah variabel acak, maka y juga variabel acak. Kita asumsikan variabel bebas x adalah variabel tak acak dan juga diasumsikan $f(x)$ adalah fungsi linier, yaitu $f(x) = \alpha + \beta x$ [5]. Misalkan kita memiliki n pengamatan pada y dan x, maka kita memiliki

$$y_i = \alpha + \beta x_i + u_i \quad \text{dengan } i = 1, 2, 3, \ldots, n.$$

Kita akan mengestimasi parameter α dan β dengan menggunakan metode *ordinary least square*. Metode *ordinary least square* adalah metode untuk mencari estimasi parameter yang meminimalkan kuadrat jumlah *error*, yang didefinisikan sebagai berikut

$$Q = \sum_{i=1}^{n} \hat{u}_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \hat{y}_i\right)^2 \quad \text{dengan} \quad \hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_i \qquad [9].$$

Gagasan intuitif di balik metode ini adalah garis regresi dilalui titik-titik sedemikian sehingga titik-titik tersebut sedekat mungkin dari sebaran titik yang sebenarnya.

Metode Monte Carlo untuk Harga Opsi

Pada penggunaan metode Monte Carlo, nilai harapan dari *payoff* terdiskon diaproksimasikan sebagai rata-rata sampel dari M simulasi.

$$V\left(s,t\right)=E[\Lambda(S_{\tau},\tau)\,|\,S_t=s]\approx\widehat{V}\left(s,t\right):=\frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M}\Lambda(S_{\hat{\tau}},\hat{\tau};w_j)$$

dengan $\widehat{\tau}$ adalah sebuah aproksimasi dari waktu τ menyentuh *barrier*.

Error global dapat dipisah menjadi *error* waktu menyentuh *barrier* dan *error* statistik.

$$\begin{aligned}\varepsilon &=|V\left(s,t\right)-\widehat{V}\left(s,t\right)|\\ &=\left(E\left[\Lambda\left(S_{\tau},\tau\right)-\Lambda\left(S_{\hat{\tau}},\hat{\tau}\right)|\,S_t=s\right]\right)+\left(E\left[\Lambda\left(S_{\hat{\tau}},\hat{\tau}\right)-\frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M}\Lambda\left(S_{\hat{\tau}},\hat{\tau};w_j\right)\right]\right)\\ &=\varepsilon_T+\varepsilon_S.\end{aligned}$$

Berdasarkan teorema limit pusat, *error* statistik, ε_s dalam persamaan (2) memiliki batas berikut

$$\left|\varepsilon_s\right|\le c_0\frac{b_M}{\sqrt{M}}$$

dengan b_M adalah standar deviasi sampel dari fungsi nilai $\Lambda\left(S_{\hat{\tau}},\hat{\tau}\right)$ dan c_0 adalah konstanta positif yang berhubungan dengan interval kepercayaan dan M adalah banyaknya sampel. Sebagai contoh, $c_0=1.96$ untuk interval kepercayaan 95% [7].

3 METODE

Metode numerik yang akan digunakan untuk menentukan harga opsi *barrier up-and-out call*, *down-and-out call* dan *up-and-in call* adalah metode Monte Carlo dengan menggunakan *exit probability*. Simulasi numerik untuk menentukan harga opsi *barrier* tersebut dengan menggunakan fasilitas komputasi program SCILAB. Adapun langkah-langkah yang dilakukan pada saat penelitian adalah:

1. mengestimasi tingkat suku bunga CIR menggunakan metode *ordinary least square*,
2. hasil estimasi suku bunga CIR digunakan untuk menghitung suku bunga pada setiap titik waktu,
3. suku bunga yang diperoleh digunakan untuk menghitung harga opsi *barrier up-and-out call*, *down-and-out call* dan *up-and-in call* dengan menggunakan metode Monte Carlo,
4. menganalisis perubahan harga opsi *barrier up-and-out call, down-and-out call* dan *up-and-in call* terhadap perubahan harga *strike*, harga *barrier* dan lama waktu jatuh tempo.

Algoritme Monte Carlo untuk Harga Opsi *Barrier*

Dengan melakukan modifikasi algoritme yang dikembangkan oleh Moon [7], algoritme harga opsi *barrier up-and-out call*, *up-and-in call* dan *down-and-out call* dengan suku bunga takkonstan menggunakan metode Monte Carlo adalah sebagai berikut

1. Input nilai suku bunga bulanan bank Indonesia Januari 2013 - Mei 2016, banyak simulasi (M), volatilitas harga saham (σ_o), nilai suku bunga awal (r_0), harga saham awal (s_0), harga *barrier* (B), waktu jatuh tempo (T), selang waktu (Δt) dan harga *strike* (K).
2. Untuk tiap-tiap simulasi, lakukan hal-hal sebagai berikut
   a. Tentukan nilai parameter model CIR yaitu $\hat{k}$, $\hat{\theta}$ dan $\hat{\sigma}_r$ dengan menggunakan persamaan berikut

$$\hat{k}=\frac{n^2-2n+1+\sum_{i=1}^{n-1}r_{t+1}\sum_{i=1}^{n-1}\frac{1}{r_t}-\sum_{i=1}^{n-1}r_t\sum_{i=1}^{n-1}\frac{1}{r_t}-(n-1)\sum_{i=1}^{n-1}\frac{r_{t+1}}{r_t}}{\left(n^2-2n+1-\sum_{i=1}^{n-1}r_t\sum_{i=1}^{n-1}\frac{1}{r_t}\right)\Delta t},$$

$$\hat{\theta}=\frac{(n-1)\sum_{i=1}^{n-1}r_{t+1}-\sum_{i=1}^{n-1}\frac{r_{t+1}}{r_t}\sum_{i=1}^{n-1}r_t}{\left(n^2-2n+1+\sum_{i=1}^{n-1}r_{t+1}\sum_{i=1}^{n-1}\frac{1}{r_t}-\sum_{i=1}^{n-1}r_t\sum_{i=1}^{n-1}\frac{1}{r_t}-(n-1)\sum_{i=1}^{n-1}\frac{r_{t+1}}{r_t}\right)},$$

$$\hat{\sigma}_r=\sqrt{\frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n-1}\left(\frac{r_{t+1}-r_t}{\sqrt{r_t}}-\frac{\hat{\theta}}{\sqrt{r_t}}+\hat{k}\sqrt{r_t}\right)^2}.$$

   b. Bangkitkan peubah acak $\varepsilon(0,1)$ yang digunakan untuk menghitung nilai suku bunga $r(t+1)$. $\varepsilon(0,1)$ adalah peubah acak berdistribusi normal baku dengan rata-rata sebesar 0 dan besarnya varians adalah 1.
   c. Misalkan $r(t+1)$ adalah nilai suku bunga pada saat $t+1$. Pada setiap langkah waktu $t = 0,1,2, \ldots, ((T\times 12)-1)$, hitung $r(t+1)$ dengan menggunakan persamaan berikut

$$r_{t+1}=r_t+k(\theta-r_t)\Delta t+\sigma_r\sqrt{r_t}\Delta t\varepsilon_t.$$

   d. Bangkitkan peubah acak $N(0,1)$ yang digunakan untuk menghitung harga saham $S(t+1)$. $N(0,1)$ adalah peubah acak berdistribusi normal baku dengan rata-rata sebesar 0 dan besarnya varians adalah 1.
   e. Misalkan $S(t+1)$ adalah harga saham pada saat $t+1$. Pada setiap langkah waktu $t = 0,1,2, \ldots, ((T\times 12)-1)$, hitung $S(t+1)$, dengan menggunakan persamaan $S(t+1)=S(t)e^{\left(r(t)-\frac{1}{2}\sigma_o{}^2\right)t+\sigma_o w_t}$ dengan $w(t)=\sqrt{\Delta t}N(0,1)$.

f. Misalkan $P(k)$ adalah *exit probability* proses S pada sebuah domain D untuk $t\epsilon[t_k, t_{k+1}]$ sedemikian sehingga memberikan nilai S_k dan S_{k+1} dalam D. Pada setiap langkah waktu t = 0,1,2, … , ((T×12)-1), hitung $P(t+1)$ dengan menggunakan persamaan $P(t+1) = e^{-2\frac{(B-S(t+1))(B-S(t+2))}{\sigma_0{}^2 S^2(t+1)\Delta t}}$.
g. Bangkitkan peubah acak $U(t)$. $U(t)$ adalah peubah acak berdistribusi seragam pada interval (0,1).
h. Aproksimasi kejadian tersentuhnya *barrier* dengan membandingkan sebuah bilangan pada variabel acak berdistribusi seragam U_n dengan *exit probability* $P(k)$
   - Harga opsi *barrier up-and-out call*

     Jika $P_n < U_n$, maka lintasan kontinu S_t diasumsikan tidak menyentuh *barrier* selama interval waktu $t\epsilon[t_n, t_{n+1}]$ karena *exit probability* sangat kecil. Sebaliknya jika $P_n > U_n$ maka lintasan kontinu S_t diasumsikan menyentuh *barrier* sedemikian sehingga $S_\tau > B$ pada saat $\tau\epsilon[t_n, t_{n+1}]$, besar. Untuk menyimulasikan kejadian ini, terlebih dahulu dihitung H dengan nilai H awal adalah 0. Pada setiap langkah waktu t = 0,1,2, … , ((T×12)-1) hitung nilai H dengan aturan jika $S(t+1) < B$ dan $P(t + 1) < U(t + 1)$ maka $H = H$. Jika tidak, nilai $H = H + 1$.
   - Harga opsi *barrier up-and-in call*

     Jika $P_n < U_n$, maka lintasan kontinu S_t diasumsikan tidak menyentuh *barrier* selama interval waktu $t\epsilon[t_n, t_{n+1}]$ karena *exit probability* sangat kecil. Sebaliknya jika $P_n > U_n$ maka lintasan kontinu S_t diasumsikan menyentuh *barrier* sedemikian sehingga $S_\tau \geq B$ pada saat $\tau\epsilon[t_n, t_{n+1}]$, besar. Untuk menyimulasikan kejadian ini, terlebih dahulu dihitung H dengan nilai H awal adalah 0. Pada setiap langkah waktu t = 0,1,2, … , ((T×12)-1), hitung nilai H dengan aturan jika $S(t+1) < B$ dan $P(t + 1) < U(t + 1)$ maka $H = H$. Jika tidak, nilai $H = H + 1$.
   - Harga opsi *barrier down-and-out call*

     Jika $P_n < U_n$, maka lintasan kontinu S_t diasumsikan tidak menyentuh *barrier* selama interval waktu $t\epsilon[t_n, t_{n+1}]$ karena *exit probability* sangat kecil. Sebaliknya jika $P_n > U_n$ maka lintasan kontinu S_t diasumsikan menyentuh *barrier* sedemikian sehingga $S_\tau \leq B$ pada saat $\tau\epsilon[t_n, t_{n+1}]$, besar. Untuk menyimulasikan kejadian ini, terlebih dahulu dihitung H dengan nilai H awal adalah 0. Pada setiap langkah waktu t = 0,1,2,…,((T×12)-1) hitung nilai H dengan aturan jika $S(t+1) > B$ dan $P(t + 1) < U(t + 1)$ maka $H = H$. Jika tidak, nilai $H = H + 1$.
i. Hitung jumlah semua nilai $r(t)$ dengan t = 0,1,2, … , T×12 dengan rumus sebagai berikut dan misalkan sebagai *sumR*, dengan

$$sumR = \sum_{t=1}^{T\times 12} r_t.$$

j. Menghitung harga opsi *barrier* ($V(j)$) pada tiap simulasi

- Hitung harga opsi *barrier up-and-out call* pada simulasi ke-j dengan ketentuan sebagai berikut

$$V(j) = \begin{cases} e^{\frac{-sumR}{T\times 12}} \max\left(S(T\times 12)-K,\ 0\right) & , H=0. \\ 0 & , H\neq 0. \end{cases}$$

- Hitung harga opsi *barrier up-and-in call* pada simulasi ke-j dengan ketentuan sebagai berikut

$$V(j) = \begin{cases} 0 & , H=0. \\ e^{\frac{-sumR}{T\times 12}} \max\left(S(T\times 12)-K,\ 0\right) & , H\neq 0. \end{cases}$$

- Hitung harga opsi *barrier down-and-out call* pada simulasi ke-j dengan ketentuan sebagai berikut:

$$V(j) = \begin{cases} e^{\frac{-sumR}{T\times 12}} \max\left(S(T\times 12)-K,\ 0\right) & , H=0. \\ 0 & , H\neq 0. \end{cases}$$

3. Misalkan $\widehat{V}$ adalah estimator harga opsi *barrier*. Langkah terakhir yang dilakukan adalah menghitung $\widehat{V}$ dengan rumus sebagai berikut

$$\widehat{V} = \frac{\sum_{j=1}^{M} V(j)}{M}.$$

4 HASIL NUMERIK

Misalkan suatu opsi *barrier up-and-out call* memunyai waktu jatuh tempo T = 1 tahun dengan harga saham saat ini S_0 = 100, harga *strike* sebesar K = 105, suku bunga bebas risiko takkonstan dengan nilai awal r_0 = 0.065, volatilitas σ = 0.25. Selanjutnya akan disimulasikan harga opsinya dengan banyak simulasi yang meningkat.

Tabel 1 menunjukkan harga opsi *barrier up-and-out call* dengan suku bunga takkonstan berdasarkan hasil simulasi Monte Carlo disertai nilai *error* relatif. Oleh karena opsi *barrier up-and-out call* dengan suku bunga takkonstan tidak memiliki solusi analitik, maka nilai *error* relatif dihitung dari persentase selisih harga opsi pada tiap simulasi terhadap solusi “analitik”. Solusi “analitik” dipilih dengan mempertimbangkan simulasi yang dapat diproses pada komputer sesuai kapasitas *memory* maksimum yang tersedia. Pada Tabel 1, solusi “analitik” diperoleh dengan mengambil M = 390625. Pada solusi “analitik” tersebut, harga opsi *barrier up-and-out call* yang dihasilkan adalah sebesar 2.125937. Berdasarkan hasil simulasi pada tabel tersebut, semakin banyak simulasi yang dilakukan, nilai *error* dari harga opsi *barrier up-and-out call* semakin kecil dan hasil yang dihasilkan cukup baik karena *error* yang dihasilkan pada simulasi $M = 78125$ cukup kecil yaitu sebesar $0.001965533 \approx 0.19\%$.

Tabel 1
Hasil simulasi harga opsi *barrier up-and-out call* dengan suku bunga takkonstan

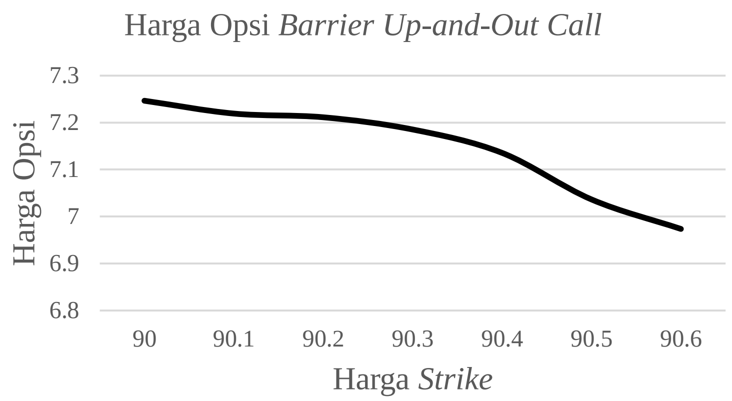
M	**Harga Opsi *Barrier* *Up-And -Out Call***	***Error* Relatif**
5	0.7748793	0.635511636
25	1.0660755	0.498538527
125	1.5259186	0.28223715
625	2.0704829	0.026084545
3125	2.0780165	0.022540884
15625	2.1217106	0.001988018
78125	2.1217584	0.001965533

Simulasi harga opsi *barrier up-and-in call* yang memunyai waktu jatuh tempo T = 1 tahun dengan harga saham saat ini S_0 = 100, harga *strike* sebesar K = 105, suku bunga bebas risiko takkonstan dengan nilai awal r_0 = 0.065, volatilitas σ = 0.25 menghasilkan solusi "analitik" dengan mengambil $M = 390625$. Harga opsi pada simulasi tersebut diperoleh sebesar 8.2428571. Dari hasil simulasi tersebut, semakin banyak simulasi yang dilakukan, nilai *error* dari harga opsi *barrier up-and-in call* semakin kecil dan hasil yang dihasilkan cukup baik karena *error* yang dihasilkan pada simulasi $M = 78125$ cukup kecil yaitu $0.025889518 \approx 2.5\%$.

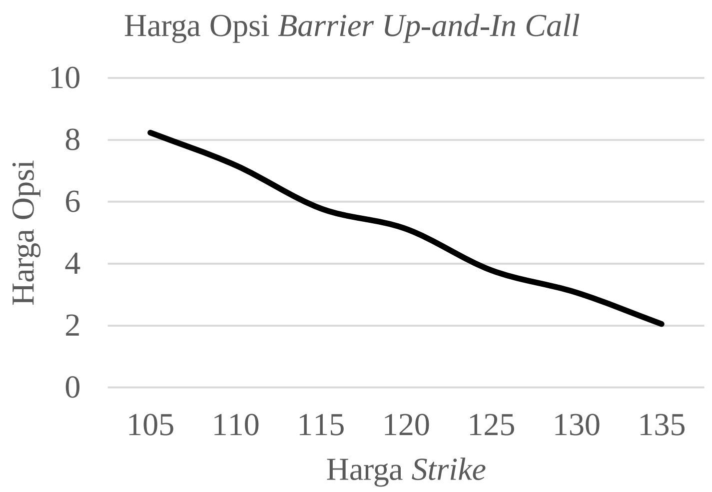
Hasil simulasi opsi *barrier down-and-out call* yang memunyai waktu jatuh tempo $T = 1$ tahun dengan harga saham saat ini S_0 = 150, harga *strike* sebesar K = 105, suku bunga bebas risiko takkonstan dengan nilai awal r_0 = 0.065, volatilitas σ = 0.25 menunjukkan solusi "analitik" diperoleh dengan mengambil $M = 390625$. Harga opsi pada simulasi tersebut diperoleh sebesar 47.673917. Berdasarkan hasil simulasi tersebut, semakin banyak simulasi yang dilakukan maka nilai *error* dari harga opsi *barrier down-and-out call* semakin kecil dan hasil yang dihasilkan cukup baik karena *error* yang dihasilkan pada simulasi $M = 78125$ cukup kecil yaitu $0.007571918 \approx 0.7\%$

Perubahan Harga Opsi *Barrier* dengan Suku Bunga Takkonstan Terhadap Harga *Strike* (K)

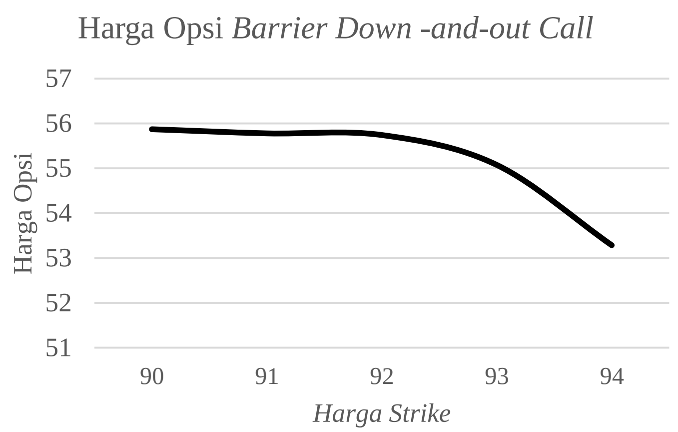
Berdasarkan hasil simulasi Monte Carlo, perubahan harga opsi *barrier up-and-out call*, *up-and-in call* dan *down-and-out call* dengan suku bunga takkonstan seiring dengan perubahan harga *strike* (K) dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 1 Grafik perubahan harga opsi *barrier up-and-out call* terhadap nilai *K*



Gambar 2 Grafik perubahan harga opsi *barrier up-and-in call* terhadap nilai *K*

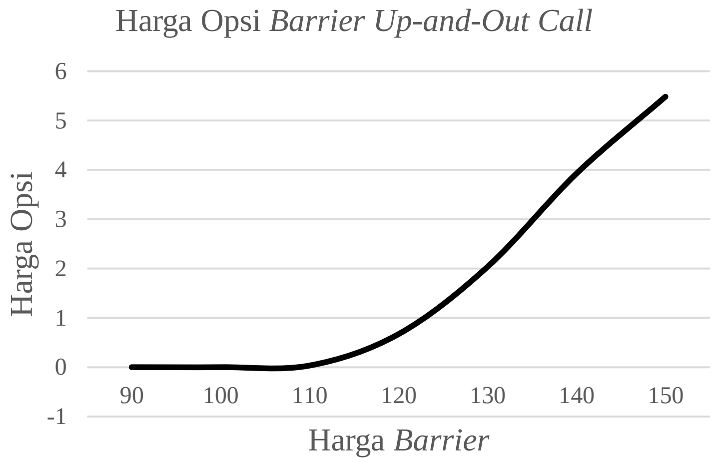


Gambar 3 Grafik perubahan harga opsi *barrier down-and-out call* terhadap nilai *K*

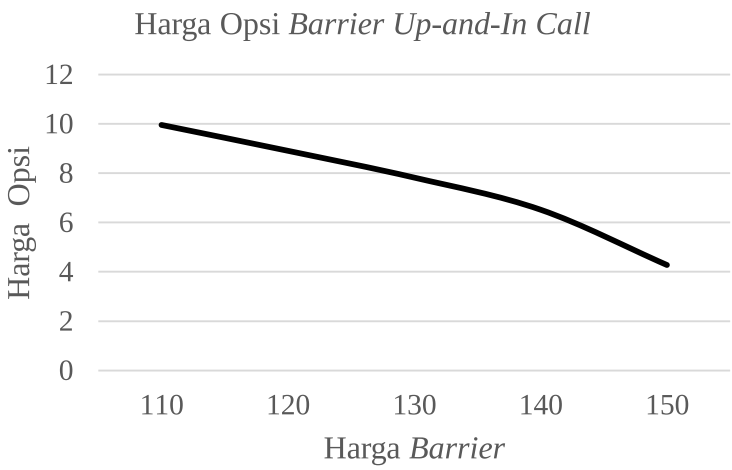
Gambar 1, 2, dan 3 menunjukkan bahwa semakin besar nilai K mengakibatkan mengecilnya harga opsi *barrier up-and-out call*, *up-and-in call* dan *down-and-out call* dengan suku bunga takkonstan.

Perubahan Harga Opsi *Barrier* dengan Suku Bunga Takkonstan terhadap Harga *Barrier*

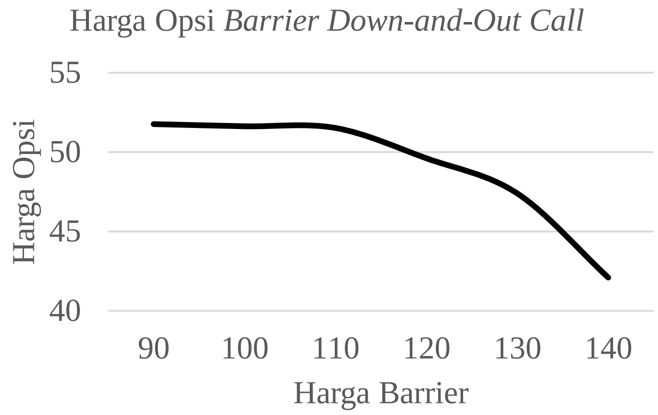
Berdasarkan hasil simulasi Monte Carlo, perubahan harga opsi *barrier up-and-out call*, *up-and-in call* dan *down-and-out call* dengan suku bunga takkonstan seiring dengan perubahan harga *barrier* (B) dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 4 Grafik perubahan harga opsi *barrier up-and-out call* terhadap nilai B



Gambar 5 Grafik perubahan harga opsi *barrier up-and-in call* terhadap nilai B

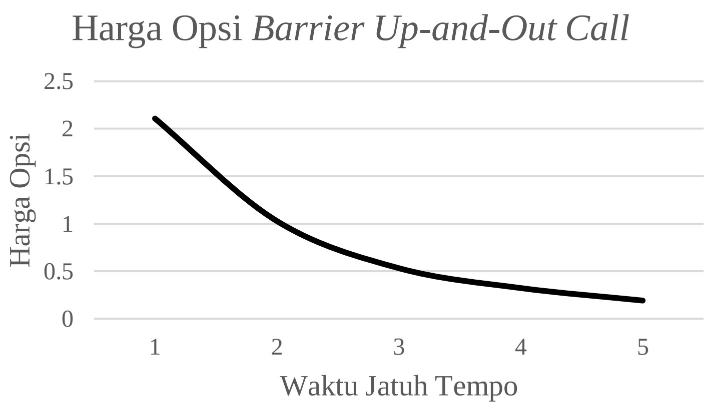


Gambar 6 Grafik perubahan harga opsi *barrier down-and-out call* terhadap nilai *B*

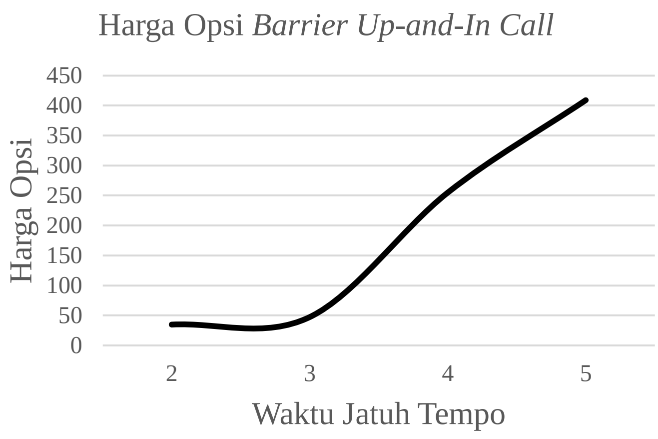
Gambar 4 menunjukkan bahwa semakin besar nilai B mengakibatkan membesarnya harga opsi *barrier up-and-out call* dengan suku bunga takkonstan. Hal ini berarti semakin lama waktu jatuh tempo maka memberikan pengaruh yang positif harga opsi *barrier up-and-out call* dengan suku bunga takkonstan. Sedangkan Gambar 5 dan 6 menunjukkan bahwa semakin besar nilai B mengakibatkan mengecilnya harga opsi *barrier up-and-in call* dan *down-and-out call* dengan suku bunga takkonstan.

Perubahan Harga Opsi *Barrier* dengan Suku Bunga Takkonstan terhadap Waktu Jatuh Tempo (*T*)

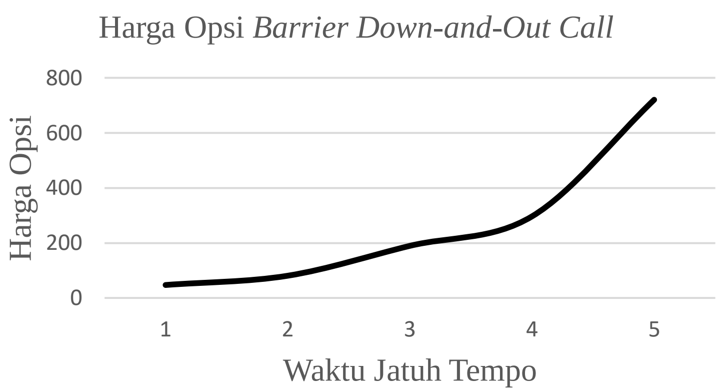
Berdasarkan hasil simulasi Monte Carlo, perubahan harga opsi *barrier up-and-out call*, *down-and-out call* dan *up-and-in call* dengan suku bunga takkonstan seiring dengan perubahan nilai waktu jatuh tempo (*T*) dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 8 Grafik perubahan harga opsi *barrier up-and-out call* terhadap lama waktu jatuh tempo



Gambar 8 Grafik perubahan harga opsi *barrier up-and-in call* terhadap lama waktu jatuh tempo



Gambar 9 Grafik perubahan harga opsi *barrier down-and-out call* terhadap lama waktu jatuh tempo

Gambar 7 menunjukkan bahwa semakin besar nilai T mengakibatkan mengecilnya harga opsi *barrier up-and-out call* dengan suku bunga takkonstan. Sedangkan Gambar 8 menunjukkan bahwa semakin besar nilai T mengakibatkan membesarnya harga opsi *barrier down-and-out call* dengan suku bunga takkonstan. Begitu juga dengan Gambar 9, semakin besar nilai T mengakibatkan membesarnya harga opsi *barrier up-and-in call* dengan suku bunga takkonstan. Hal ini berarti semakin lama waktu jatuh tempo maka memberikan pengaruh yang positif pada harga opsi *barrier down-and-out call* dan *up-and-in call* dengan suku bunga takkonstan.

5 SIMPULAN

Penggunaan metode Monte Carlo dengan *exit probability* dalam simulasi numerik untuk menentukan harga opsi *barrier up-and-out call, down-and-out call* dan *up-and-in call* dengan suku bunga takkonstan memberikan hasil yang cukup baik karena memberikan *error* yang kecil. Adapun masing-masing *error* relatif pada opsi tersebut berturut-turut sebesar 0.19%, 0.7%, 2.5%.

Hasil simulasi Monte Carlo menunjukkan bahwa membesarnya harga *strike* menyebabkan harga opsi *barrier up-and-out call*, *up-and-in call* dan *down-and-out call* menjadi semakin kecil. Membesarnya harga *barrier* menyebabkan harga opsi *barrier up-and-in call* dan *down-and-out call* menjadi semakin kecil sedangkan harga opsi *barrier up-and-out call* menjadi semakin besar. Di lain sisi, semakin lamanya waktu jatuh tempo opsi menyebabkan harga opsi *barrier up-and-out call* menjadi semakin kecil, sedangkan harga opsi *barrier down-and-out call* dan *up-and-in call* menjadi semakin besar.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bodie Z, Kane A, Marcus AJ. 2008. *Investments*. New York: McGraw-Hill.

[2] Brandimarte P. 2006. *Numerical Methods in Finance and Economics*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

[3] Cox JC, Ingersoll JE, Ross SA. 1985. A theory of The Term Structure of Interest Rates. *Econometrica.* 53(2): 385-408.

[4] Hull JC. 2009. *Options, Futures, and Other Derivatives*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.

[5] Maddala GS. 1979. *Econometrics*. Japan: McGraw-Hill, Inc.

[6] Mariana E, Apriliani E, Surjanto SD. 2015. Estimasi Parameter pada Model Suku Bunga Cox Ingersoll Ross (CIR) Menggunakan *Kalman Filter* untuk Menentukan Harga *Zero Coupon Bond*. *Jurnal Sains dan Seni ITS.* 4: 2337-3520.

[7] Moon K. 2008. Efficient Monte Carlo Algorithm for Pricing Barrier Options. *Journal of Communications of The Korean Mathematical Society.* 23: 285-294.

[8] Noury K, Abbasi B. 2015. Implementation of The Modified Monte Carlo Simulation for Evaluate The Barrier Option Prices. *Journal of Taibah University for Science.*

[9] Pindyck RS, Rubinfeld DL. 1983. *Econometrics Models and Economic Forecasts*. Japan: McGraw-Hill, Inc.

[10] Ponte CN. 2013. Pricing Barrier Options with Numerical Methods [Disertasi]. South African: Mathematics at the Potchefstroom campus of the North-West University.

[11] Wang B, Wang L. 2011. Pricing Barrier Options using Monte Carlo Methods [Thesis]. Sweden: Department of Mathematics at Uppsala University.

[12] Willmott P. 2007. *Paul Willmott Introduces Quantitative Finance*. London: John Wiley & Sons.